

#### 新潟大学大学院自然科学研究科 大原謙一

## 重力波の放射(復習?)

平坦な背景時空 η<sub>μν</sub> に対する小さな摂動 h<sub>μν</sub>

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \qquad \left| h_{\mu\nu} \right| \ll 1$$

アインシュタイン方程式(線形化)
 適当なゲージ(Transvers-Traceless (TT)ゲージ)

$$h_{0\mu}^{\text{TT}} = 0, \quad \eta^{ij} \,\partial_i h_{jk}^{\text{TT}} = 0, \quad \eta^{ij} h_{ij}^{\text{TT}} = 0,$$

#### Polarization

• From the TT condition,  $h_{0\mu}^{TT} = 0$ ,  $\eta^{ij} h_{ij}^{TT} = 0$ ,  $\eta^{ij} \partial_i h_{jk}^{TT} = 0$ , non-zero components are

$$h_{xx}^{\text{TT}} = -h_{yy}^{\text{TT}} = h_{+}^{\text{TT}} = A_{+}^{\text{TT}} \cos\left(\omega(t - z / c)\right)$$
$$h_{xy}^{\text{TT}} = h_{yx}^{\text{TT}} = h_{\times}^{\text{TT}} = A_{\times}^{\text{TT}} \cos\left(\omega(t - z / c)\right)$$

• There are only two independent components;

$$h_{\!_+}$$
 and  $h_{\!_ imes}$ 



 
 ・スクリーンに垂直方向に進む波 h<sub>+</sub> or h<sub>×</sub> が来ると, 円周上の粒子は下図のように動く。





#### Polarization

## • the + (plus) mode $h_{+}^{\text{TT}} \neq 0, \quad h_{\times}^{\text{TT}} = 0$

#### $\bullet$ the imes (cross) mode

$$h_{+}^{\mathrm{TT}}=0, \quad h_{\times}^{\mathrm{TT}}\neq 0$$

If only + mode or x mode wave comes, each particle oscillates along a straight line. The x mode is the same as + mode if rotated by 45 degrees.

These modes correspond to the linear polarization of light.

5





#### Polarization

• the circular polarization  $h_{_+}^{^{\rm TT}} = h_{_{\times}}^{^{\rm TT}} \neq 0$ 

In case of wave containing both + and x modes with the same amplitude, each particle moves along a circle.



It corresponds to the circular polarization.

 If their amplitude are not same, each particle moves along a elliptic. It corresponds to the elliptic polarization.

## 重力波の性質

- 電磁波と同様に,重力波は
  - > 横波
  - > 光の速さで進む
  - ▶ その振幅は、~1/r に比例
- 重力波の放射:最低次は4重極放射
   cf. 電磁波の放射の最低次は双極放射

アインシュタインの一般相対論以外の重力理論では、 これとは異なる「重力波」の放射もあり得る。

## 重力波の4重極放射

#### • 以下の仮定の下で

- > 重力波源が作る重力場は十分弱い
- > 重力波源内部の典型的な速度は, 光速度に比べて十分小さい

#### 生成される重力波は,

「4 重極公式 quadrupole formula」で与えられる。

$$h_{ij}^{\mathrm{TT}}(t,\boldsymbol{x}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\mathrm{TT}}(t-r/c)$$



• 
$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\text{TT}}(t - r / c)$$
  
 $Q^{ij} = \int d^3 x \rho(t, \mathbf{x}) \left( x^i x^j - \frac{1}{3} r^2 \delta^{ij} \right) ; \quad Q_{ij}^{\text{TT}} = \Lambda_{ij,kl} Q_{kl}$   
 $\Lambda_{ij,kl} \equiv P_{ik} P_{jl} - \frac{1}{2} P_{ij} P_{kl} , \quad P_{ij} = \delta_{ij} - n_i n_j , \quad n^i = \frac{x^i}{r}$ 

#### 重力波のエネルギー放射率 (luminosity)

$$\frac{dE_{\rm GW}}{dt} = \frac{c^3 r^2}{32\pi G} \int d\Omega \left\langle \dot{h}_{ij}^{\rm TT} \dot{h}_{ij}^{\rm TT} \right\rangle = \frac{G}{5c^5} \left\langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \right\rangle$$

重力波による角運動量放出率

$$\frac{dJ_{\rm GW}^{\,i}}{dt} = \frac{2G}{5c^5} \epsilon^{ikl} \left\langle \ddot{Q}_{ka} \ddot{Q}_{la} \right\rangle$$

## 重力波は非常に弱い

#### 地上で作り出して観測(実験)できるか?

- 重力波生成装置
  - ▶ 質量 *M* の質点が長さ 2*a* の棒の 両端に付けられている。
  - ▶ 周波数 *f*<sup>b</sup> で回転させる。



• 重力波のエネルギー放射率

$$\frac{dE_{\rm GW}}{dt} = \frac{G}{5c^5} \left\langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \right\rangle = \frac{128G}{5c^5} M^2 a^4 \left(2\pi f_b\right)^6$$
$$= 5 \times 10^{-24} \, \text{erg/s} \left(\frac{M}{10^3 \, \text{kg}}\right)^2 \left(\frac{2a}{10 \, \text{m}}\right)^4 \left(\frac{f_b}{10 \, \text{Hz}}\right)^6$$
$$\left(5 \times 10^{-31} \, \text{W}\right)$$



- 量子論的に考えると
  ▶ 電磁波:光子(photon)
  ▶ 重力波:重力子(graviton)
- 振動数 v<sub>GW</sub>の重力子のエネルギー E<sub>GW</sub> = h v<sub>GW</sub>

$$v_{\rm GW} = 2f_b, \quad E_{\rm GW} = 2hf_b$$

$$\frac{dE_{\rm GW}}{dt} = \frac{128G}{5c^5} M^2 a^4 \left(2\pi f_b\right)^6$$

### 重力子

• 単位時間あたりに放射される重力子の数

$$\frac{dE_{\rm GW} / dt}{E_{\rm GW}} = \frac{(4\pi)^6 G}{5c^5 h} M^2 a^4 f_b^5$$
$$= \left(\frac{1}{4}\right) \text{(B/s)} \left(\frac{M}{10^3 \text{ kg}}\right)^2 \left(\frac{2a}{10 \text{ m}}\right)^4 \left(\frac{f_b}{10 \text{ Hz}}\right)^5$$

•携帯電話 約1GHz,1W以下 → 10<sup>24</sup>個/s程度

電磁波と重力波の観測方法は異なるので この比較はあまり意味が無い。

## 地上実験で重力波の観測





rが小さければ h は大きい → 近くで観測すれば重力波がとらえられる?

- 重力波を観測するには、波長に比べて遠いところでないといけない。
  - ▶ 「波」という取り扱いができない。
  - ▶ ニュートン重力(monopole成分)が変動する効果が 重力波より大きい。

## 地上実験で重力波の観測



•  $f_b$ =10Hz → 重力波の振動数  $f_{GW}$ = 2 $f_b$  = 20Hz • 重力波の波長 15,000km ~ 地球の直径

• 
$$r > \frac{c}{f_{\text{GW}}} = \frac{c}{2f_b}$$
  $\mathcal{C}$ 

$$h < \frac{64\pi^2 G}{c^5} Ma^2 f_b^3 = 5 \times 10^{-43} \left(\frac{M}{10^3 \text{ kg}}\right) \left(\frac{2a}{10 \text{ m}}\right)^2 \left(\frac{f_b}{10 \text{ Hz}}\right)^3$$

#### 電磁波 vs. 重力波

重力は、電磁気力に比べってずっと弱い。

## $F_{e} = \frac{1}{4\pi e_{0}} \frac{e^{2}}{r^{2}}$ , $F_{g} = \frac{Gm_{p}^{2}}{r^{2}}$ ; $\frac{F_{g}}{F_{e}} = \frac{Gm_{p}^{2}}{e^{2}/4\pi\varepsilon_{0}} \approx 10^{-36}$

#### • 電磁波:

陽子に働く力

- ▶ ミクロなプロセスで発生可能
- > 高周波, 短波長の電磁波
- 重力波:
  - > 作り出すには巨大な物体が必要
  - ▶ 低周波,長波長になってしまう



- 大きな重力波源
   = 4 重極モーメント Q<sup>TT</sup><sub>ii</sub> の時間微分が大きい
  - ≻ 大質量・大スケール(強い重力場)
     > 激しい変動
     > 非球対称

◆ブラックホール、中性子星 (白色矮星)

◆全宇宙; 特に初期宇宙

## 期待される重力波源(1)

#### • 突発的重力波源 (数10秒~ミリ秒程度)

#### > コンパクト連星の合体

(Compact Binary Coalescence = CBC) 中性子星(NS)やブラックホール(BH)の2重星

• NS-NS, NS-BH, BH-BH

#### ▶ 星の重力崩壊 超新星爆発 (Supernova = SN)

#### > パルサー・グリッチ

バルサ―(中性子星)の自転速度が突発的に速くなる

> 宇宙紐のカスプ,キンク(?)

## 期待される重力波源(2)

# 連続的重力波源 (~年) 回転中性子星 非軸対称の中性子星が高速に回転

## 連星系(合体するずっと前から) ブラックホール、中性子星、白色矮星

#### • 背景重力波

#### > 初期宇宙から

原始重力波, インフレーション, BICEPによる観測

#### > 様々な天体から

個別に分離できないが, いろいろな天体からの重力波の重ね合わせ



- 重力波の放射時間
  - > 短いもの(突発的)
     > 長いもの(連続的)
- 重力波の波形
  - > 予測できるもの
  - ▶ 予測できないもの
- deterministic か, stochastic か

これらによって、データ解析の方法が異なる。

#### 地上の重力波観測装置に対して 最も有望な重力波源は

## コンパクト連星の合体(CBC) CBC: Compact Binary Coalescence

## CBC**の3つのフェーズ**

- 準定常らせん軌道フェーズ (inspiral phase)
- 合体 (merger phase)
- 合体後のBHまたはNS振動 (ringdown phase)



### Compact Binary (合体するまで)

- ・中性子星(NS)やブラックホール(BH)の連星
  - ▶ 重力波を出してエネルギーを失って徐々に接近。 準定常円軌道
  - > 合体直前までは、質点と見なせる。
    - •大きさを無視; 潮汐力を無視
- 最後に、円軌道は不安定になって、合体する。
   the innermost stable circular orbit (ISCO)

## CB**からの重力波**

- ・

   ・
   質量m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>の星からなる重力波

   半径 a の円軌道, 軌道周期  $P_h$  軌道周波数  $f_h = 1/P_h$ 全質量  $M = m_1 + m_2$ ; 換算質量  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  $\frac{dE_{GW}}{dt} = \frac{32G}{5c^5} \mu^2 a^4 \left(2\pi f_b\right)^6 \qquad h = \frac{4G}{c^4} \frac{\mu a^2 \left(2\pi f_b\right)^2}{r}$ • ケプラーの法則  $GM = (2\pi f_b)^2 a^3$  $\frac{dE_{\rm GW}}{dt} = \frac{32G^{7/3}}{5c^5} M_c^{10/3} \left(2\pi f_b\right)^{10/3} \qquad h = \frac{4G^{5/3}}{c^4} \frac{M_c^{5/3} \left(2\pi f_b\right)^{2/3}}{r}$ 
  - ここで, *M<sub>c</sub>*は, チャープ質量

$$M_{c} \equiv \mu^{3/5} M^{2/5} = q^{3/5} M, \quad q = \mu / M$$

#### CBC

●重力波の放射により連星系は角運動量を失う
 ▶ 軌道半径 a が減小

$$\frac{da}{dt} = -\frac{64G^3}{5c^5}\mu M^2 a^{-3} = -\frac{64G^3}{5c^5}M_c^{5/3}M^{4/3}a^{-3}$$

▶ 軌道周期 P<sub>b</sub> は減小,軌道周波数 f<sub>b</sub> は増大 (ケプラーの法則)

$$\frac{df_b}{dt} = \frac{48G^{5/3}}{5\pi c^5} M_c^{5/3} (2\pi f_b)^{11/3}$$
$$\frac{dP_b}{dt} = -\frac{192G^{5/3}}{5c^5} M_c^{5/3} \left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-5/3}$$

#### CBC

# ■ コンパクト連星は 重力波の放射により、エネルギーと角運動量が減小 ■ spiral orbit ■ 最終的に合体



(http://www.ligo.org/science/GW-Inspiral.php)



●振幅と周波数が、徐々に増大する重力波





軌道周期の変化率

$$\left|\frac{dP_b}{dt}\right| = 0.01 \left(\frac{M_c}{1.2M_{\odot}}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{P_b}{0.01\,\mathrm{s}}\right)^{-\frac{5}{3}} = \frac{1}{N_c}$$

 $N_c:$ 軌道周期の変化が明確になるまでに何回公転するか

- 質量 1.4M<sub>☉</sub> の2つの中性子星からなる連星 (M<sub>c</sub> = 1.2M<sub>☉</sub>)
- 合体までの時間 *τ<sub>c</sub>* ~ 0.3 s
   このとき軌道周期 *P<sub>b</sub>* ~ 0.01s (*f<sub>GW</sub>*~200Hz) → *N<sub>c</sub>*~100

▶ spiral orbit は準定常

•  $\tau_c \sim 1.5 \text{ ms}, P_b \sim 1.3 \text{ ms} (f_{\text{GW}} \sim 1.5 \text{ kHz}) \rightarrow N_c \sim 3$ 

このとき,一般相対論や潮汐力の効果で軌道は不安定 the innermost stable circular orbit (ISCO)

#### inspiral phase (ISCOまで)

合体するまで(ISCOまで)の時間

$$\tau_{c} = 2.2 \,\mathrm{s} \left(\frac{M_{c}}{1.2 M_{\odot}}\right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{f_{\rm GW}}{100 Hz}\right)^{-\frac{8}{3}} = 2.2 \,\mathrm{s} \left(\frac{M_{c}}{1.2 M_{\odot}}\right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{P_{b}}{0.02 \,\mathrm{s}}\right)^{\frac{8}{3}}$$

#### ISCOまでに回転する回数

$$N_{\rm cyc} = 340 \left(\frac{M_c}{1.2M_{\odot}}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{f_{\rm GW}}{100Hz}\right)^{-\frac{5}{3}} = 340 \left(\frac{M_c}{1.2M_{\odot}}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{P_b}{0.02\,\rm s}\right)^{\frac{5}{3}}$$



はじめ、公転軌道は楕円: 離心率 e

$$\frac{dE_{\rm GW}}{dt} = \left(\frac{dE_{\rm GW}}{dt}\right)_{e=0} \times f(e); \qquad f(e) = \frac{1}{(1-e^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right)$$

• 重力波放射による軌道長半径 a と離心率の時間変化

$$\frac{da}{dt} = \left(\frac{da}{dt}\right)_{e=0} \times f(e) = -\frac{64}{5} \frac{G^3 \mu M^2}{c^5 a^3} f(e)$$
$$\frac{de}{dt} = -\frac{304}{15} \frac{G^3 \mu M^2}{c^5 a^4} \frac{e}{(1-e^2)^{5/2}} \left(1 + \frac{121}{304} e^2\right)$$



• 
$$\frac{da}{de} = \frac{12a}{19} \frac{1 + (73/24)e^2 + (37/96)e^4}{e(1 - e^2)[1 + (121/304)e^2]}$$

この微分方程式は、解析的に積分できる;

$$a(e) = c_0 g(e), \qquad g(e) = \frac{e^{12/19}}{1 - e^2} \left(1 + \frac{121}{304}e^2\right)^{870/2299}$$

 $c_0$ : 初期値  $a=a_0$  when  $e=e_0$  で決まる積分定数。

• e が十分小さいとき (eo は必ずしも小さい必要はない)

$$e \approx \left[\frac{a}{a_0}g(e_0)\right]^{19/12}$$



$$e \approx \left[\frac{a}{a_0}g(e_0)\right]^{\frac{19}{12}}$$
,  $g(e_0) = \frac{e_0^{12/19}}{1-e_0^2} \left(1 + \frac{121}{304}e_0^2\right)^{\frac{870}{2299}}$ 

• the Hulse-Taylor binary pulsar (PSR B1913+16)

現在 
$$a_0 \approx 2 \times 10^9 \text{ m}, e_0 \approx 0.617$$
  
 $a = O(100R_{\text{NS}}) \approx 10^3 \text{ km}; f_b \approx 0.3 \text{ Hz}$ のとき  
 $\Rightarrow e \approx 6 \times 10^{-6}$ 

合体の前までに、離心率はほとんどゼロになる
 = 合体のかなり前から円軌道とみなせる

## CBC**の3つのフェーズ**

- 準定常らせん軌道フェーズ (inspiral phase)
- 合体 (merger phase)
- 合体後のBHまたはNS振動 (ringdown phase)



#### **Inspiral Phase**



- inspiral phaseの重力波 = chirp signal
- 波形 (最低次) ← quadrupole formula
- + 高次の一般相対論的効果 (post-Newtonian effects)
   および 多重極からの効果

#### chirp signal

- inspiral phaseの重力波(chirp signal)の波形は、
   かなり正確に予想可能。
- 大きなノイズの中から重力波信号を取り出すことが可能。

matched filter法

#### Merger Phase



- merger phase: 数值相対論
- •この(及びこのあとの)重力波からいろいろな物理
  - > 中性子星物質の状態方程式 (EOS)
  - > 電磁波観測との連携 (ガンマ線バースト)
  - > ニュートリノの放射

#### Ringdown Phase



- 減衰振動
- hyper-massive NS の形成 → 中性子星物質の状態方程式
- BHの準固有振動
  - その振動数と減衰率 → BHの質量と自転角運動量
## CBCからの重力波

- - ♦ 音波(可聴域) f = 20 ~ 20,000 Hz ( $\lambda$  = 1.5 cm ~ 15 m)
- 観測装置の出力にスピーカーをつなぐと、
   CBCで放射される重力波の「音」を聴くことができる。





$$\bigcirc 1.5M_{\odot} + 1.5M_{\odot}$$

$$\bigcirc 100 M_{\odot} + 100 M_{\odot}$$

$$10 M_{\odot} + 10^6 M_{\odot}$$

$$0.10M_{\odot} + 10^6 M_{\odot}; \ e = 0.97$$

http://web.mit.edu/sahughes/www/sounds.html

# 合体率 (merger rate)

#### NS-NS 連星のmerger rate: 銀河系内で観測されているNS-NS連星のうち 約10億年以内に合体するものの数から推定

#### •銀河円盤内に5個,球状星団内に1個

PSR	$t_{\rm mrg}/{\rm Gyr}$	$M_1/M_{\odot}$	$M_2/M_{\odot}$	
J0737-3039	0.09	1.34	1.25	field (double PSR)
B2127+11C	0.22	1.36	1.38	cluster
J1906+0746	0.30	1.25	1.37	field
B1913+16	0.33	1.44	1.39	field
J1756-2251	1.7	1.39	1.18	field
B1534+12	2.7	1.33	1.35	field

#### event rates

- 1銀河あたりのmerger rate: 3~190×10<sup>-6</sup> yr<sup>-1</sup>
- AdvLIGOで1年間に観測できる数: 7~400 yr<sup>-1</sup> (Kim et al. 2010)
- KAGRAでのevent rate :  $\sim 20 \text{ yr}^{-1}$

#### 不定性は非常に大きい

#### event rates

- BH-BH or BH-NS 連星は、これまでに観測されていない。
- 合体率は、コンパクト連星の進化モデルから推定 (NS-NSを含む)

いろいろなモデルで推定した AdvLIGOのevent rate

数字は,もっとも楽観的な値。括弧内は,一番もっともらしい値。

Model	NS-NS	BH-NS	BH-BH	comments
S V5 V6 V7 V8 V9 V10	$\begin{array}{c} 3.9 \ (1.3) \\ 3.9 \ (1.3) \\ 3.9 \ (1.3) \\ 5.0 \ (1.5) \\ 3.9 \ (1.3) \\ 3.9 \ (1.3) \\ 3.9 \ (1.3) \\ 5.2 \ (1.7) \end{array}$	$\begin{array}{c} 9.7 \ (5.1) \\ 9.4 \ (4.8) \\ 9.3 \ (4.7) \\ 14.8 \ (8.3) \\ 1.2 \ (0.3) \\ 11.8 \ (6.7) \\ 5.7 \ (4.9) \end{array}$	$\begin{array}{c} 7993.4 \ (518.7) \\ 8057.8 \ (533.7) \\ 8041.7 \ (523.6) \\ 8130.1 \ (574.2) \\ 172.2 \ (14.0) \\ 8363.6 \ (654.9) \\ 7762.7 \ (487.0) \end{array}$	standard $M_{\rm NS,max} = 3 {\rm M}_\odot$ $M_{\rm NS,max} = 2 {\rm M}_\odot$ half NS kicks high BH kicks no BH kicks delayed SN
V11 V12 V13	$egin{array}{c} 3.9 & (1.1) \ 11.7 & (0.8) \ 3.7 & (0.9) \end{array}$	$\begin{array}{c} 10.5 \ (6.3) \\ 7.6 \ (5.8) \\ 76.9 \ (62.1) \end{array}$	$\begin{array}{c} 12434.4 \ (888.1) \\ 8754.6 \ (275.3) \\ 1709.6 \ (966.1) \end{array}$	low winds RLOF: conservative RLOF: non-conservative

(Belczynski 2013)

#### event rates

• event rates for CBC with AdvLIGO

	$N_{ m low} \ { m yr}^{-1}$	$N_{ m re} \ { m yr}^{-1}$	$N_{ m high} \ { m yr}^{-1}$
NS-NS	0.4	40	400
NS-BH	0.2	10	300
BH-BH	0.4	20	1000

(Adadie et al. 2010)

左から、もっとも悲観的、現実的、楽観的な値。 445Mpc for NS-NS 927Mpc for NS-BH 2187Mpc for BH-BH

# CBCからの重力波を観測できると・・・

- 重力波の観測は、
   物理学や宇宙物理学に対して新しい窓を開く。
- 最も重要なことは,
  - 動的重力(dynamical gravity)の理論の検証 アインシュタインの重力理論 or 他の重力理論?
  - ≻ その存在は、間接的には証明されている (連星パルサー、BICEP)
  - > エネルギーや角運動量の放射率 (連星パルサー)
  - でも、実際にとらえてみないと分からないことがある。
- 波形(振幅や周波数時間変化,フーリエ成分)
- 単極放射や双極放射はあるか?
- 重力子振動? (cf. ニュートリノ振動)

## 重力波波形から分かること

- ・波形は
  - コンパクト連星の合体の様子を反映している。
    - > 中性子星物質の状態方程式(数値相対論の結果と比較)
- 重力波の周波数の変化から
   重力波源までの距離が分かる。
  - ▶ 遠方の天体(銀河)までの距離を測るのは容易ではない。 → 距離ばしご(電磁波による観測; standard candle)
  - ▶ 重力波の観測から、これまでの「距離ばしご」と全く異なる手法で距離が測れる。

## Chirp Signals as Standard Sirens

- B. Schutz (1986): CBCのchirp signalを使って, 重力波源の距離を測定できる。
- standard sirens: cf. 電磁波による天文学の standard candles
- GW from CBC:

$$h_{+}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \frac{1 + \cos^{2} \iota}{2} \cos \Phi(\tau)$$
$$h_{\times}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$



The Earth

軌道傾斜角(inclination) しの影響を含む inclination: the angle between the line of sight and the direction normal to the orbit

#### Chirp Signal

$$h_{+}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \frac{1 + \cos^{2} \iota}{2} \cos \Phi(\tau)$$
$$h_{\times}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$

where

$$A = 4 \left(\frac{GM_c}{c^2}\right)^{5/3}$$

$$f_{\rm gw}(\tau) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{5}{256\tau}\right)^{3/8} \left(\frac{GM_c}{c^2}\right)^{-5/8}$$

$$\Phi(\tau) = \int_{\tau}^{\tau_0} 2\pi f_{gw}(\tau) d\tau = -2\left(\frac{5GM_c}{c^2}\right) \qquad \tau^{5/8} + \Phi_c$$

 $\tau = t_{coal} - t; \quad t_{coal}: \text{ time at coalescence}$ 

#### Standard Siren

$$\dot{f}_{\rm gw} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left(\frac{GM_c}{c^3}\right)^{5/3} f_{\rm gw}^{11/3}$$

•The chirp mass  $M_c$  ← 観測値  $f_{\rm GW}$  and  $f_{\rm GW}$ 

$$h_{+}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \frac{1 + \cos^{2} \iota}{2} \cos \Phi(\tau), \ h_{\times}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{gw}(\tau)}{c}\right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$

•  $h_+$  and  $h_{\times} \longrightarrow$  the distance  $r \ge$ the inclination  $\iota$  がわかる。

●宇宙論的距離の連星では  $M_c \rightarrow (1+z) M_c; f_{gw} \rightarrow f_{gw}/(1+z)$  (z:連星の赤方偏移)

the distance  $r \longrightarrow$  **the luminosity distance**  $D_L(z)$ .

#### Measurement of $H_0$

- GW observation → the luminosity distance independently of the distance ladder
- Uniquely clean and powerful way to measure the Hubble constant  $H_0$
- Need redshift of the source
- Short gamma-ray bursts = binary NS-NS mergers:
  - > determine  $H_0$  within ~3% (D. Holz 2012)



#### 超新星爆発

#### ●超新星爆発 重力崩壞(core collapse)型超新星 (Ib, Ic, II型の超新星) > $M \ge 8M_{\odot}$ の星は、進化の最終段階で不安定になる。 O+Ne+Mgコア中での電子捕獲 • 鉄コアの崩壊 (<sup>56</sup>Fe → 13 <sup>4</sup>He + 4n) → 圧力の低下により重力崩壊(爆縮) > 密度が上昇して、逆ベータ崩壊 (p + e<sup>-</sup> $\rightarrow$ n + $\nu_{e}$ ) > 中性子の縮退圧で収縮が急激に止まる。 ▶ 衝撃波が発生して、外側を吹き飛ばす。

#### 超新星爆発 ーそれは星のごく中心で起こるー



超新星残骸

(かに星雲) M 1

Nov.18.1995 23h43m~25h22m(JST)



#### SN1987A



NASA, ESA, P. Challis, and R. Kirshner (Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics)

STScI-PRC07-10

## ベテルギウス Betelgeus

- もうすぐ爆発しそう
  - 太陽系外で初めて半径が測られた星 (1920) 脈動している(周期的に膨張-収縮)

 $M = 7.7 \sim 20 M_{\odot}, R = 950 \sim 1200 R_{\odot}$  $D = 197 \pm 45 \text{pc} (643 \pm 146 光年)$ 

▶ もうすぐ超新星爆発しそう?
 (~100万年以内)
 Type II SN



# 超新星爆発と重力波

- 爆発のメカニズムは、単純ではない。
   数値シミュレーション
  - > 最初の衝撃波だけでは、外層部吹き飛ばせない。
  - >ニュートリノが重要 (delayed explosion)
  - > 星の自転,非球対称・非軸対称性



# 超新星の際の重力波放射

- 重力波の放射メカニズム
  - > 中心部の重力崩壊とバウンス
  - > 原始中性子星の中やその周りの対流 → 対流による不安定性
  - > 原始中性子星の
    - 回転不安定性(バー・モード不安定性) 棒状の構造が回転
    - r-mode 不安定性 (non-radial pulsation)
  - > ニュートリノの非等方性放射(anisotropic emission)

# 超新星爆発と重力波

- 超新星爆発からの重力波の波形予測は容易でない。
  - > 初期条件(爆発前の星の性質)
  - > unknown micro-physics (EOS, ニュートリノ輸送)
- データ解析に matched filter法は使えない。

## 超新星爆発の際の重力波波形



http://www.mpa-garching.mpg.de/rel\_hydro/wave\_catalog.shtml

## 超新星爆発の際の重力波波形



http://www.mpa-garching.mpg.de/rel\_hydro/wave\_catalog.shtml

# 超新星爆発メカニズムと重力波波形



K. Kotake arXiv:1110.5107

# 超新星爆発重力波の大きさ

- •振幅(銀河中心で 8.5 kpc)  $h_{rss} \approx 10^{-22} \sim 10^{-21} \text{ Hz}^{-1/2}, \quad h_{rss} \equiv \sqrt{\int |h(t)|^2 dt}$
- 放射エネルギー

$$E_{\text{toto}} \approx 10^{-9} \sim 10^{-5} M_{\odot} c^2 = 10^{45} \sim 10^{49} \text{erg}$$

#### cf.

> SNで解放される全エネルギー ~10<sup>53</sup> erg
 > 放出される物質の運動エネルギー ~10<sup>51</sup> erg
 > 輻射エネルギー ~10<sup>49</sup> erg

全エネルギーの99%はニュートリノ



周波数 [Hz]



- ・非軸対称の物体が回転していると
   (ほぼ定常的に)長期間重力波が放射される → 連続波
- 主な重力波源:高速に回転している中性子星(パルサー)





#### ●特徴:

> 波形は,正弦波。

#### > 振幅は小さいが,長期間の積分が可能。



A. Stuver/LIGO http://www.ligo.org/science/GW-Continuous.php



• 重力波の振幅

$$h = \frac{16\pi G}{c^4} \frac{\varepsilon Q_{zz} f^2}{D}$$
$$= 4 \times 10^{-27} \left(\frac{\varepsilon}{10^{-7}}\right) \left(\frac{Q_{zz}}{10^{45} \,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2}\right) \left(\frac{f}{100 \,\mathrm{Hz}}\right) \left(\frac{D}{1 \,\mathrm{kpc}}\right)^{-1}$$

# D: 重力波源までの距離 非軸対称性 $\varepsilon = (Q_{xx} - Q_{yy})/Q_{zz}$ (中性子の表面に高さ1mmの山 → $\varepsilon \sim 10^{-7}$ )

## 連続波の上限値

- 重力波の放射:
  - ▶ 角運動量を失う → パルサーはスピンダウン
- 電磁波の放射でもスピンダウンをするが (連星系では、質量降着によりスピンアップもある)
  - ▶ 観測されているスピンダウンがすべて 重力波の放射によるものとする → 上限値
  - Crab Pulsar の場合:  $h < 1.4 \times 10^{-24}$



## 連続波の探査

- 波形はよく分かっている → マッチド・フィルター
- 周波数帯域が狭い
- ✓ 非常に長い時間の積分が必要(何年間も)
   ✓ その間の地球の自転の運動
   ✓ パルサーのスピンダウンと固有運動の影響
- 未知の中性子星からの重力波
  - > ビームが地球の方向を向いていないので, 電波パルスは観測されない。

#### stochastic waves

- 全天から定常的にやってくるランダムな波
  - > 初期宇宙:インフレーション,相転移,宇宙紐
  - ▶ いろいろな天体現象で放射される重力波の重ね合わせ
    - 第1世代星(Pop III)からの重力波



# 宇宙背景重力波









b-mode偏光 (渦状のパターン)

http://bicepkeck.org/visuals.html



BICEP2

## <u>背景重力波のスペクトル</u>



#### stochastic wavesの観測

# 定常的なランダムな波 > detector のノイズと区別できない。 > 複数台での相関を取る。



http://www.ligo.org/science/GW-Stochastic.php
## Multi-Messenger Observations

### • 電磁波による天文観測、ニュートリノ観測との連携が重要

#### > CBC: 重力波源までの距離とred-shift → Hubble const.

▶ supernova, gamma-ray burst: 電磁波,ニュートリノ,重力波の同時観測

#### triggered search

> 重力波以外での観測 → 時刻,方向がわかれば

## 重力波データ解析に極めて有利

#### follow-up observation

- > 重力波が先に観測されれば、 すぐにその方向に望遠鏡を向ける。
  - ← 重力波観測の広視野性

# <u>これから入ってくる人たちへ</u>

- 重力波の兆候を最初に見つけるのは データ解析の研究者です。
- 3年後にKAGRAの本格的観測が開始される。
  今の4年生が、D1のとき。
- ・ (少なくとも日本では)データ解析の研究者は少ない
  → ちょっとがんばれば、(ある部分の)日本の第一人者

