一般相対論演習その１・特殊相対論のおさらい（横山）

2022 年 4 月 5 日配布・4 月 18 日提出締切・19 日解答公開予定
http://www.resceu.s.u-tokyo.ac.jp/˜ yokoyama/g2022.html

I 　ある慣性系における座標（世界点）$A(t_A, \boldsymbol{x}_A)$, $B(t_B, \boldsymbol{x}_B)$ で起きた二つの事象が「同時刻に起こった」と見なせるような別の慣性 (座標) 系が取れるのはどういう場合か。

II 電磁気学の講義で習った SI 単位のマクスウェル方程式には、真空の誘電率 ϵ_0 と透磁率 μ_0 という意味不明の量が出てきて、基礎物理学の見地からはまことに汚らしい表式になっている。

(i) 　SI 単位で書いた真空を媒質とするマクスウェル方程式の微分型を書き下し、電荷を新たに $Q_H \equiv Q/\sqrt{\epsilon_0}$, 電場を $E_H \equiv \sqrt{\epsilon_0}E$, 磁場を $B_H \equiv B/\sqrt{\mu_0}$ と読み替えることによって ϵ_0 と μ_0 の出てこない形に書き換えよ。その際真空中の光速 c のみがパラメタとして現れることになる。これがヘビサイド単位で書いたマクスウェル方程式である。（拙著「電磁気学」§15.2 参照）

(ii) 　真空を媒質とするマクスウェル方程式は、ガリレオ変換に対しては不変でないが、ローレンツ変換に対しては不変であることを示せ。

(iii) 　電場と磁場がローレンツ変換によってどのように混ざり合うか示せ。(このことから、電場と磁場を同じ次元を持った量として表すことが、いかに大切なことか理解できるであろう。)

III 　固有値の符号が $(-,+,+,+)$ となる 4 次元非退化対称行列 G は、ある行列 A とその転置行列 ${}^tA$ を用いて、

$$G = A\eta\,{}^tA$$

と表すことができることを示せ。ただし、$\eta = \mathrm{diag}(-1,1,1,1)$ はミンコフスキーテンソルである。

IV 　特殊相対性理論における等加速度運動について論ぜよ。