

宿題と解答 (12月12日分)

(問題)

図1のような回路(Wheatstone Bridge)において、 R_5 を流れる電流を求めよ。

(解答)

キルヒホッフの第一法則から、次の4つの式を得る。

$$I_1 + I_2 - I = 0 \quad \text{①}$$

$$I_3 + I_5 - I_1 = 0 \quad \text{②}$$

$$I_4 - I_2 - I_5 = 0 \quad \text{③}$$

$$I - I_3 - I_4 = 0 \quad \text{④}$$

これらのうち、3つが独立である。一方、キルヒホッフの第二法則から、次の3つの式を得る。

$$I_2 R_2 + I_4 R_4 = V \quad \text{⑤}$$

$$I_1 R_1 + I_5 R_5 - I_2 R_2 = 0 \quad \text{⑥}$$

$$I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = 0 \quad \text{⑦}$$

③と⑤より I_4 を消して

$$I_2 R_2 + I_2 R_4 + I_5 R_4 = V、$$

②と⑥から I_1 を消して

$$I_3 R_1 + I_5 R_1 + I_5 R_5 - I_2 R_2 = 0、$$

③と⑦から I_4 を消して

$$I_3 R_3 - I_2 R_4 + I_5 R_4 - I_5 R_5 = 0$$

となる。以上の3つの式から I_5 を求めると、次のようになる。

$$I_5 = \frac{(R_2 R_3 - R_1 R_4)V}{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_5 + R_2 R_3 R_5 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_4 R_5 + R_3 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_4}$$

よく知られるように、 $R_2 R_3 - R_1 R_4 = 0$ のとき $I_5 = 0$ となる。

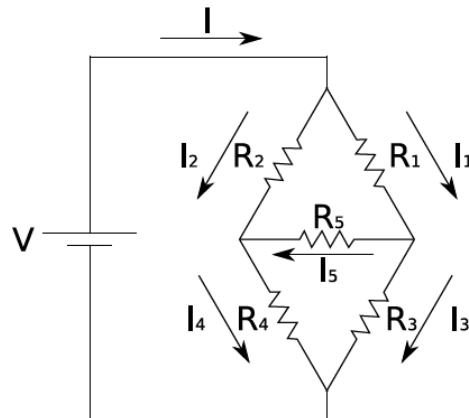


図1