

電磁気学 A 期末試験問題

〈担当、山本 智〉

2010年2月8日

注意事項

- (1) 問題は3題ある。3題すべてを解答して下さい。
- (2) ノート、参考書などは持込不可です。
- (3) 最後に講義についての意見、感想を書いてください（評価対象外）。

第1問

真空中において無限長直線電流のつくる磁場を考える。電流の向きは z 軸方向であり、その大きさは I とする。このとき、次の設問に答えよ。

- (1) ビオ・サバルの法則を用いて、直線電流から ρ だけ離れたところでの磁場の大きさと方向を求めよ。
- (2) 無限長直線電流と同一平面上に図1のような長方形ループ回路 ABCD を置く。AB と CD が z 軸に平行に置かれており、AB、CD の長さはそれぞれ L である。AB と z 軸の距離は ρ_0 、CD と z 軸の距離を ρ_1 とする。ループ回路の両短は抵抗（大きさ R ）につながれている。ループ回路を貫く磁束の大きさを求めよ。ただし、真空の透磁率を μ_0 とし、ループ回路以外の部分の寄与は無視できるとする。
- (3) 無限長直線電流を流れる電流が $\frac{dI}{dt} = k$ （正の定数）で時間とともにゆっくり増加するとき、ループ回路に流れる電流の大きさと方向を求めよ。ただし、ループおよび配線に抵抗はなく、 z 軸上を流れる電流はすべての点で同時に変化すると考えてよい。

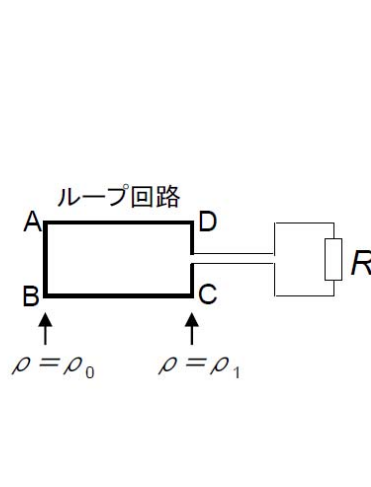


図1

第2問

真空中にある半径 a の導体球を考え、導体球の中心から r だけ離れた点に点電荷 q を置く。このとき、次の設問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とし、点電荷を置く前に導体球の電荷は 0 であったとする。

- (1) 導体球が接地されている場合、点電荷を置いても球面上の電位は 0 に保たれる。導体球の中心と点電荷を結ぶ線分上で、導体球の中心から $\frac{a^2}{r}$ だけ点電荷に近付いた位置にある大きさの鏡像電荷を置くとこの条件を満たす。この鏡像電荷の値を求めよ。
- (2) 設問(1)で、点電荷と導体球の引き合う力を求めよ。ただし、 $r \gg a$ としてよい。
- (3) もし、導体球が接地されていない場合、球面上の電位はどうなるか。
- (4) 設問(3)で、点電荷と導体球の引き合う力を求めよ。ただし、 $r \gg a$ としてよい。接地されている場合と比べて引き合う力に違いが生じる物理的意味を簡単に述べよ。

第3問

真空中でのマックスウェル方程式は次のようになる。

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \quad \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} & \textcircled{2} \quad \text{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \textcircled{3} \quad \text{div}\mathbf{D} = 0 & \textcircled{4} \quad \text{div}\mathbf{B} = 0 \end{array}$$

ただし、 $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E}$ であり、 ϵ_0 、 μ_0 はそれぞれ真空の誘電率、透磁率である。この方程式をもとに次の設問に答えよ。

- (1) 4つの式はそれぞれどのような物理法則を意味しているか。
- (2) 4つの式から \mathbf{E} についての波動方程式を導き、電磁波の速度（光速）が $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ であることを示せ。ただし、次のベクトル公式を使ってもよい。

$$\text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) = \text{grad}(\text{div}\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$$

- (3) 式②の x 、 y 、 z 成分を書き下せ。
- (4) z 方向（正の方向）に進む平面波の電磁波では、電場の x 成分と磁場の y 成分の間に

$$H_y = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_x$$

の関係があることを示せ。