

宿題とその解答 (11月27日分)

(問題) 電場に対して斜めに置かれた誘電体がある。誘電体内部で電束密度、電場はそれぞれどうなるか考察せよ。

(解答) 図1のように誘電率 $\epsilon_1 (> \epsilon_0)$ の誘電体が置かれているとする。電束密度と電場を、境界面に対する垂直、平行成分に分けて考える。

まず、電束密度を考える。電束密度の法線成分(垂直成分)は境界面において連続であるので、

$$D_{\perp 1} = D_{\perp 0}$$

である。ここで添字の 1, 0 は誘電体内および真空をそれぞれ表す。一方、電束密度の平行成分については、

$$D_{\parallel 1} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} D_{\parallel 0} > D_{\parallel 0}$$

の関係があるので、誘電体内で大きくなる(図1上参照)。従って、誘電体に斜めに入射した電束の方向は誘電体内でやや変化し、屈折しているように見える。また、誘電体内での電束密度の大きさは、

$$D_1 = \sqrt{D_{\parallel 1}^2 + D_{\perp 1}^2} = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}\right)^2 D_{\parallel 0}^2 + D_{\perp 0}^2}$$

となり、真空中よりも大きくなる。これは屈折により電束の密度が上がるためと解釈できる(図2)。

次に電場を考える。電場の平行成分は境界面において連続であるので、

$$E_{\parallel 1} = E_{\parallel 0}$$

である。一方、電場の垂直成分については、

$$E_{\perp 1} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} E_{\perp 0} < E_{\perp 0}$$

の関係があるので、誘電体内で小さくなる(図1下参照)。従って、誘電体に斜めに入射した電場の方向は電束とどのように誘電体内でやや変化し、屈折しているように見える。誘電体内での電場の方向は電束密度の方向と平行である。このことから、誘電体内での電場の大きさは、

$$E_1 = \sqrt{E_{\parallel 1}^2 + E_{\perp 1}^2} = \sqrt{E_{\parallel 0}^2 + \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_1}\right)^2 E_{\perp 0}^2}$$

となり、真空中よりも小さくなる。

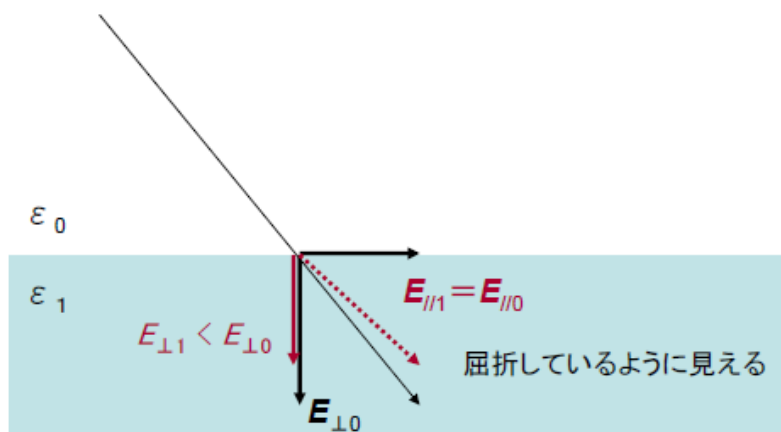
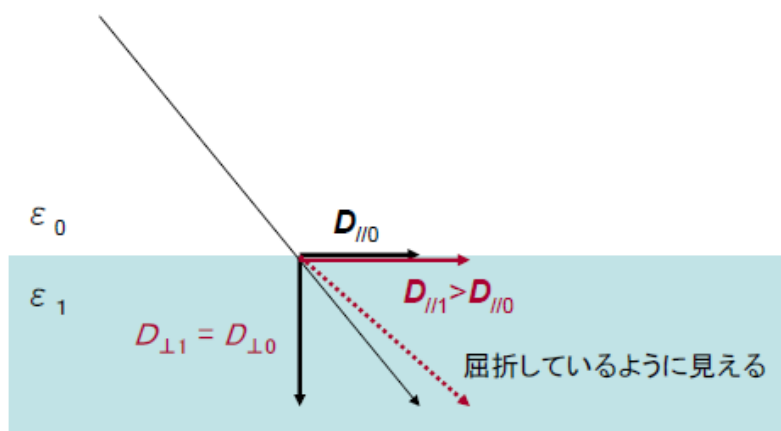


図 1

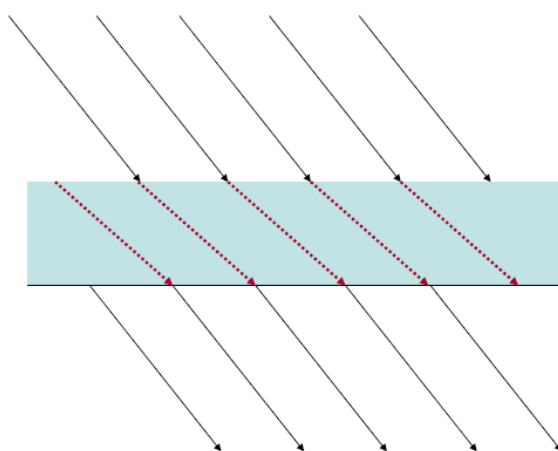


図 2