宿題とその回答（10 月 16 日分）

（問題 1）

ｘｙ平面に無限一様分布した電荷があるとき、ｘｙ平面からｚだけ離れた点の電束密度、電場を求めよ。なお、電荷の平面密度はξとする。

（解答例）

図１のように xy 平面を含む直方体の閉曲面を考える。ｚ方向の長さは$c = 2z$にとる。無限に分布しているので、対称性から電束、電場の向きはｚ軸に平行である。従って、直方体の６つの面のうち、ｘｙ平面に垂直な４つの面を貫く電束は存在しないので、ｘｙ平面に平行な２つの面（S_1 と S_2）を貫く電束のみを考えればよい。電束の大きさについては$D(z) = D(-z)$が成り立つこと、および、電束の向きは S_1 面、S_2 面ともに直方体の内側から外側に向いていることに注意すると、ガウスの法則から、

$$2abD(z) = ab\xi$$

となる。したがって、

$$D(z) = \frac{\xi}{2} \quad \text{および} \quad E(z) = \frac{\xi}{2\varepsilon_0}$$

を得る。これからわかるように、電束密度、電場はzに依存しない。このことは、電束を実際に書いてみると直感的に理解できる（図２）。

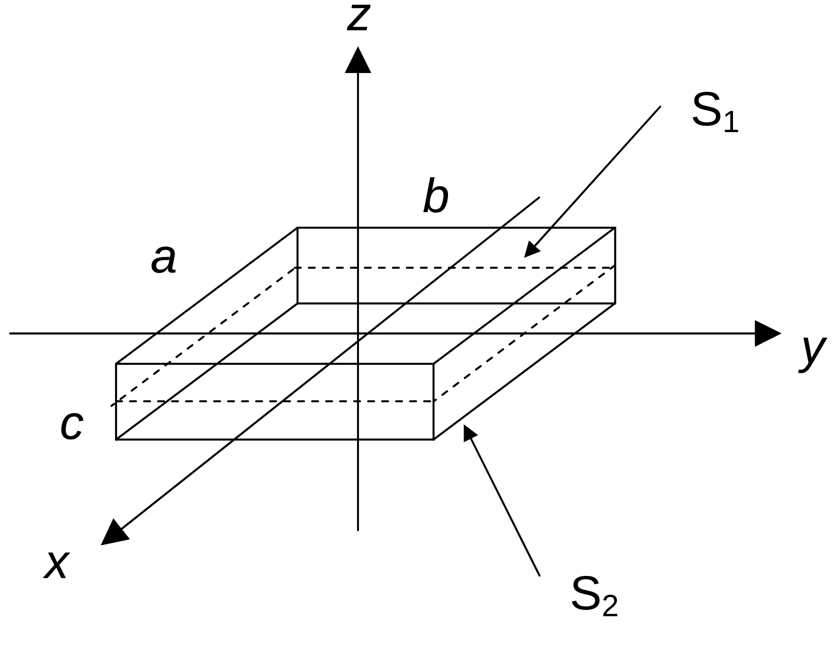

図１

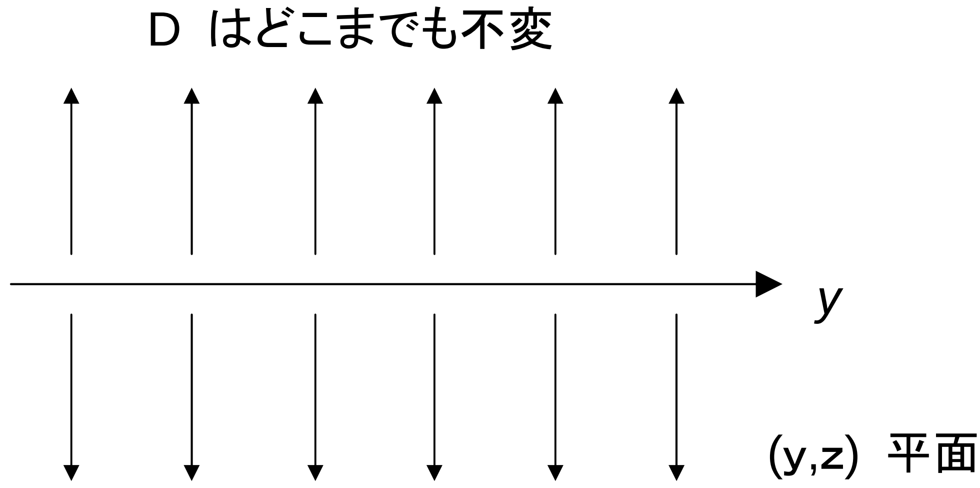

図２

（問題２）一様球殻分布した電荷がある。その内部では電場は 0 であることを示せ。

（解答例）

球殻分布の中心を O とし、球殻の半径を R とする。O を中心として、半径 r （$r<R$）の球面を考えて、その球面に対してガウスの法則を適用する。対称性から、球面上では電場は球面に垂直なので、その大きさを $E(r)$ とする。また、球面で囲まれる領域に電荷は存在しない。従って、

$$4\pi r^2 E(r) = 0$$

なので、$E(r) = 0$ となる。