電磁気学Ａ　期末試験　（担当：山本智）

2009 年 2 月 9 日

注意：　下記の３問すべてに答えよ。

解答時間は 80 分　（15：10－16：30）。途中退席禁止

ノート、参考書、電卓、携帯などの持込禁止。

解答用紙は２枚とする。裏面使用の場合はその旨記入のこと。

第１問　図１のように、真空中に半径 r_0 の完全導体球 M を置き、内径 r_1、外径 r_2 の同心導体球殻 N で覆う。球と球核の中心はともに原点 O である。はじめ、導体球 M と導体球殻 N には電荷がなかったとして、以下の設問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ε_0 とする。

(1) 導体球 M に電荷 q を置いたとき、導体球殻 N の内側表面、外側表面に誘起される電荷をそれぞれ求めよ。

(2) 球殻の外側の点（$r > r_2$；r は原点からの距離）における電場と電位を求めよ。ただし、電位の基準点は無限遠とする。

(3) はじめの状態（導体球 M と導体球殻 N に電荷がない状態）で、導体球殻 N の外側表面に電荷 q を置いたとき、導体球殻 N の内側表面および導体球 M の表面に誘起される電荷を求めよ。

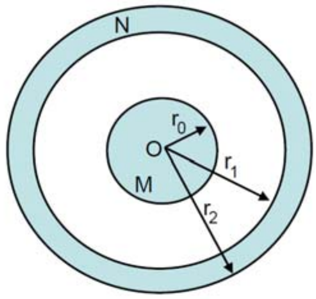

図１

第２問　真空中に図２のようは半径 a の円形ループ回路 A がある。円形ループの中心を原点にとり、図に示す方向に z 軸をとる。このとき、以下の設問に答えよ。ただし、円形ループ回路の切れ目部分の長さは無限に小さいとして、その影響は無視する。

(1) この円形ループ回路 A に、図２に示す方向に電流 I を流す。原点における磁場の大きさと方向をビオ・サバールの法則を用いて求めよ。なお、円形の部分以外からの磁場の寄与は考えなくてよい。

(2) (1)のとき、z 軸上で $z = h$ $(h >> a > 0)$ の位置での磁場の大きさと方向を求めよ。

（裏面に続く）

(3) この円形ループ回路（A）の端子 PQ 間に$V = V_0 \cos \omega t$の交流電圧を加える（$t = 0$で端子 P 側の電位が Q 側よりも高いとする）。この回路に流れる電流を時間tの関数として表せ。ただし、この円形ループ回路の自己インダクタンスはLであるとし、電流の向きは図 2 に示す向きを正とする。

(4) 図 3 のように、この円形ループ回路 A の中心に半径bの別の円形ループ回路 B を置く。ただし、両回路は同一平面にあり、かつ電気的に接触していないとする。また、$a >> b$であり、円形ループ回路 A を流れる電流によって生じる磁場は円形ループ回路 B の内側で一定とする。いま、(3)と同じ交流電圧を加えたとき、ループ回路 B に生じる起電力を時間tの関数として求めよ。（起電力の正負は、端子 R の電位が端子 S よりも高いときを正とする。）

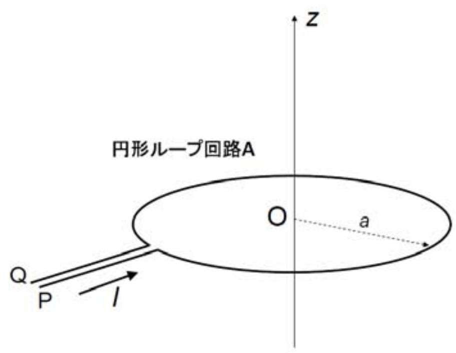

図２

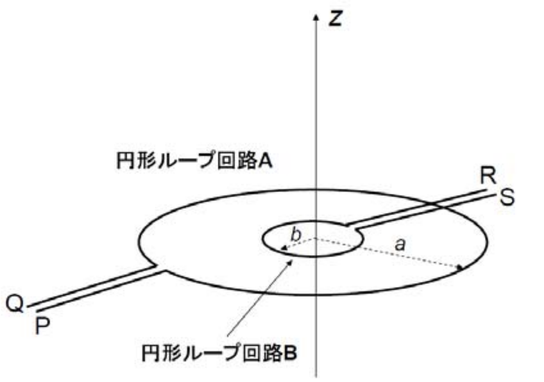

図３

第３問　真空中での電磁波の伝播を考える。電荷、電流ともに存在しないとすると、マックスウェル方程式は次のように表される。

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{(a)} \qquad \mathrm{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{(b)}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{D} = 0 \quad \text{(c)} \qquad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0 \quad \text{(d)}$$

ここに、$\mathbf{E}$、$\mathbf{H}$、$\mathbf{D}$、$\mathbf{B}$はそれぞれ電場、磁場、電束密度、磁束密度を表す。

(1) 式(a)および式(c)は電磁気学のどのような法則を表すものか。それぞれ答えよ。

(2) 上記の 4 式から$\mathbf{E}$および$\mathbf{H}$に関する波動方程式をそれぞれ導き、電磁波の速度（光速）が真空の誘電率ε_0と真空の透磁率μ_0を用いて$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$と表されることを示せ。

（ヒント： (a)または(b)式の両辺の rot をとり、任意のベクトル$\mathbf{A}$について成り立つ公式　$\mathrm{rot}(\mathrm{rot}\mathbf{A}) = \mathrm{grad}(\mathrm{div}\mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$　を用いる。）

(3) z方向に進行する平面波の電磁波を考え、この電磁波が電場・磁場についてそれぞれ横波であることを示せ。

（ヒント： z方向に進行する平面波の電場、磁場はそれぞれ$\mathbf{E}(z,t)$、$\mathbf{H}(z,t)$のようにx, yによらないことに注意し、式(c), (d)を用いて縦波成分がないことを示す。）