

宿題と解答 (11月28日分)

(問題)

一様な誘電体が真空と平面で接している。真空中の電場の向きと誘電体中の電場の向きの関係を調べよ。

(解答)

授業で説明したように、誘電体境界面においては、電束密度の垂直成分、および電場の平行成分が連続性をもつ。真空中の電束密度の垂直成分、平行成分をそれぞれ $D_{\perp 1}$ 、 $D_{\parallel 1}$ とし、電場の垂直成分、平行成分を $E_{\perp 1}$ 、 $E_{\parallel 1}$ とする。また、誘電体中の電束密度の垂直成分、平行成分を $D_{\perp 2}$ 、 $D_{\parallel 2}$ とし、電場の垂直成分、平行成分を $E_{\perp 2}$ 、 $E_{\parallel 2}$ とする。上記の連続性より、境界面において、電場については、

$$\begin{aligned} E_{\parallel 1} &= E_{\parallel 2} \\ \varepsilon_0 E_{\perp 1} &= \varepsilon E_{\perp 2} \end{aligned}$$

が成り立つ。電場の向きを垂直成分と平行成分の比で表すことにすると、

$$\frac{E_{\perp 2}}{E_{\parallel 2}} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \frac{E_{\perp 1}}{E_{\parallel 1}} \quad (1)$$

となり、真空中と誘電体内で比が異なる。即ち、「屈折」していることがわかる。一般に $\varepsilon > \varepsilon_0$ なので、誘電体内に入ると電場の垂直成分は小さくなり、平行成分は変化しない。従って、電場の大きさは誘電体内で小さくなっている。

一方、電束密度については、

$$\begin{aligned} D_{\perp 1} &= D_{\perp 2} \\ \frac{D_{\parallel 1}}{\varepsilon_0} &= \frac{D_{\parallel 2}}{\varepsilon} \end{aligned}$$

が成り立つ。従って、電束密度の向きを垂直成分と平行成分の比で表すことにすると、

$$\frac{D_{\perp 2}}{D_{\parallel 2}} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \frac{D_{\perp 1}}{D_{\parallel 1}} \quad (2)$$

となる。誘電体内に入ると、電束密度の平行成分は大きくなり、垂直成分は変化しない。このことから、電束密度の大きさは誘電体内で大きくなっている。(電場とは逆になっていることに注意すること。) なお、(1)、(2)式から、電束密度と電場は誘電体中に入っても平行であることがわかる (真空中では平行)。