宿題とその解答（11 月 7 日分）

（問題）

図１のような導体でできた球状同心空洞の中心（原点）に電荷qを置く。このとき、$\mathbf{E}$とϕを原点からの距離rの関数として求めよ。

（解答）

図２のように静電誘導によって内側の表面には全部で$-q$の、外側の表面には全部でqの電荷が誘起される。金属内では$\mathbf{E}=0$なので、半径が$R_i<r<R_o$の球面を考えると、その内部に含まれる電荷はガウスの法則からゼロでなくてはならない。従って、内側表面には全部で$-q$の電荷が誘起される。その分だけqの電荷が外側の面に誘起されることになる。この場合、電場はすべて動径方向を向いているので、その大きさを$E(r)$とすると次のようにまとめられる。

$$0<r<R_i \qquad 4\pi r^2\varepsilon_0 E(r)=q \quad E(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$R_i \le r \le R_o \qquad E(r)=0$$

$$R_o<r \qquad 4\pi r^2\varepsilon_0 E(r)=q-q+q=q \qquad E(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

これを図示すると図３のようになる。一方、静電ポテンシャルϕは無限遠を 0 として、次のように求められる。

$$0<r<R_i \qquad \phi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_i}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_o}$$

$$R_i \le r \le R_o \qquad \phi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_o} \qquad \text{（一定）}$$

$$R_o<r \qquad \phi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

これを図示すると図４のようになる。

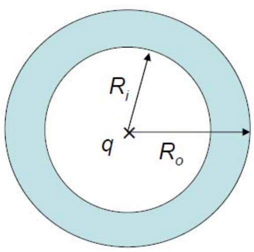

図１

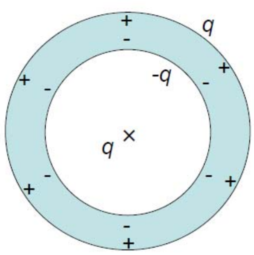

図２

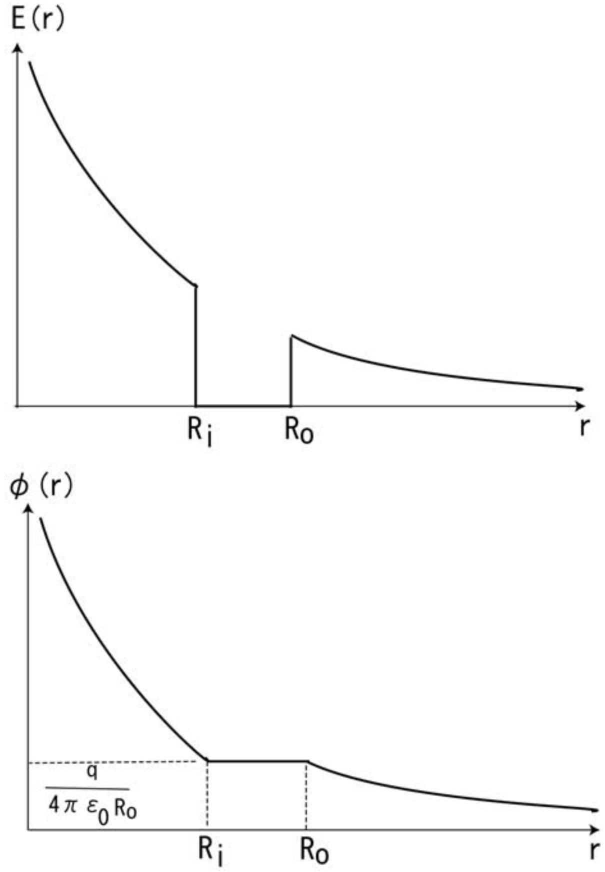

図３（上）および図４（下）