

宿題とその回答 (10月17日分)

(問題)

x y 平面に無限一様分布した電荷があるとき、 x y 平面から z だけ離れた点の電束密度、電場を求めよ。なお、電荷の平面密度は ξ とする。

(解答例)

図1のように xy 平面を含む直方体の閉曲面を考える。 z 方向の長さは $c = 2z$ とする。無限に分布しているので、対称性から電束、電場の向きは z 軸に平行である。従って、直方体の6つの面のうち、 x y 平面に垂直な4つの面を貫く電束は存在しないので、 x y 平面に平行な2つの面 (S_1 と S_2) を貫く電束のみを考えればよい。電束の大きさについては $D(z) = D(-z)$ が成り立つこと、および、電束の向きは S_1 面、 S_2 面ともに直方体の内側から外側に向いていることに注意すると、ガウスの法則から、

$$2abD(z) = ab\xi$$

となる。したがって、

$$D(z) = \frac{\xi}{2} \quad \text{および} \quad E(z) = \frac{\xi}{2\epsilon_0}$$

を得る。これからわかるように、電束密度、電場は z に依存しない。このことは、電束を実際に書いてみると直感的に理解できる (図2)。

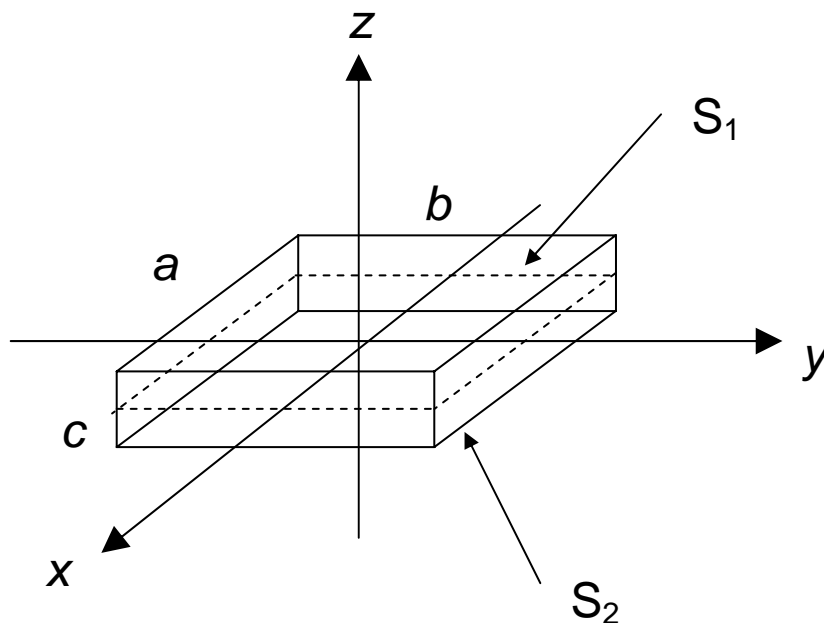


図1

D はどこまでも不変

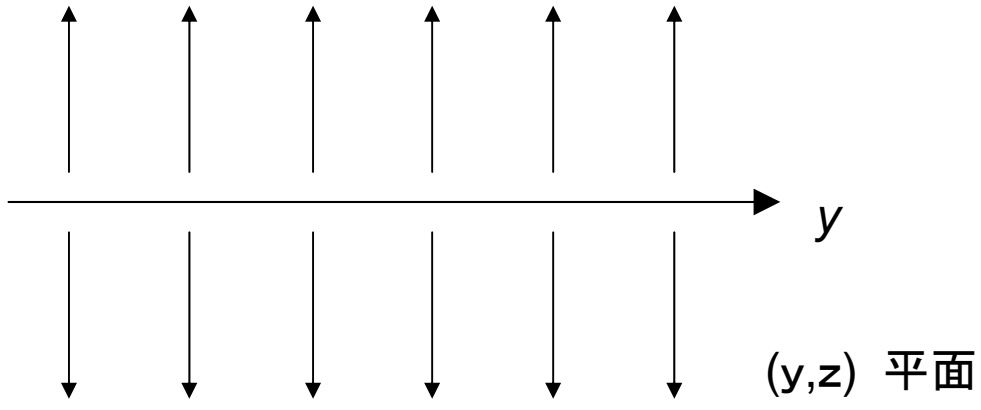


図 2